EXERCICE N°1 :	10'	2 points	

a) Déterminer l'ensemble de définition de f telle que $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x^2+x+1)^2}$.

b) Déterminer a et b pour que f admette une primitive F telle que $F(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+x+1}$.

EXERCICE N°2 :	10'	2 points	

Soit $f(x)=\dfrac{4x-1}{(2x+1)^3}$.

a) Déterminer les réels a et b tels que : pour tout $x \in D_f$, $f(x)=\dfrac{a}{(2x+1)^2}+\dfrac{b}{(2x+1)^3}$

b) Déterminer toutes les primitives de f sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$

EXERCICE N°3 :	10'	3 points	

Soit la fonction $f(x)=(x-1)\sqrt{\dfrac{1}{2x+1}}$

1°) Déterminer D l'ensemble de définition de f, puis déterminer les réels a et b tels que : pour tout $x \in D$, $f(x)=a\sqrt{2x+1}+\dfrac{b}{\sqrt{2x+1}}$.

2°) Déterminer les primitives de f sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

EXERCICE N°4 :	20'	4 points	

Soit $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$.

1°) Montrer que f admet des primitives sur $]0;1[$.

2°) Soit F la primitive de f sur $]0;1[$ qui s`annule pour $x=\dfrac{3}{4}$ et g la fonction définie sur $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=F(\cos^2 x)$.

a) Montrer g est dérivable sur $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ puis calculer g'.

b) Montrer que pour tout x de $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ on a : $g(x)=-2x+\dfrac{\pi}{3}$.

EXERCICE N°5 : 25' 5 points

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ et F la primitive de f sur $[0,+\infty[$ qui s'annule en zéro.

1°) Soit H la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $H(x)=F(\tan x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et déterminer $H'(x)$.

b) En déduire que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$: $H(x)=x$.

c) Calculer alors $F(1)$.

2°) Soit G la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $G(x)=F\left(\dfrac{1}{1+x}\right)+F\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $[0,+\infty[$, et déterminer $G'(x)$.

b) En déduire que : $F\left(\dfrac{1}{2}\right)+F\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{\pi}{4}$.

EXERCICE N°6 : 30' 6 points

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

1°) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2°) Soit F la primitive de f sur IR qui s'annule en zéro.

a) Montrer que F est impaire.

b) Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[$: $x\le F(x)\le 2x$.

c) En déduire la limite de F en $+\infty$.

d) Dresser le tableau de variation de F.

3°) Soit G la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $G(x)=F(\cos x)$.

a) Dresser le tableau de variation de G.

b) Donner l'allure de la courbe de G sur autre repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.(on prend $F(1)=1,9$.